

Ziel dieser Herleitung ist es, das Bestimmungsstück einer Parabel **par** (p) mit denen einer Geraden **g** (k, d) in Verbindung zu bringen, um die Tangentenberechnung zu erleichtern. Gegeben sind die allgemeine Parabelgleichung **par** und die allgemeine Geradengleichung **g** in Hauptform (um die Steigung k und den Achsenabschnitt d ablesen zu können).

Parabelgleichung¹ **par**: $y^2 = 2 \cdot px$, Geradengleichung **g**: $y = k \cdot x + d$

Nun wird die Geradengleichung in die Parabelgleichung eingesetzt (Lösung von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten nach der Einsetzungsmethode).

$$\begin{aligned}
 (k \cdot x + d)^2 &= 2 \cdot px \\
 k^2 x^2 + 2 \cdot dkx + d^2 &= 2 \cdot px \\
 k^2 x^2 + 2 \cdot dkx - 2 \cdot px + d^2 &= 0 \\
 \underbrace{k^2}_{A} \cdot x^2 + \underbrace{(2 \cdot dk - 2 \cdot p)}_{B} \cdot x + \underbrace{d^2}_{C} &= 0
 \end{aligned}$$

Um nun die Lösung, sprich jene Punkte die die Parabel **par** und die Gerade **g** gemeinsam haben, zu bestimmen, kann die obige quadratische Gleichung mit der großen Lösungsformel aufgelöst werden.

$$x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{(-B)^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} = \frac{-(2 \cdot dk - 2 \cdot p) \pm \sqrt{\underbrace{(2 \cdot dk - 2 \cdot p)^2 - 4 \cdot k^2 d^2}_{\text{Diskriminante } D}}}{2 \cdot k^2}$$

Soll es nur eine Lösung, also einen einzigen Berührungspunkt² geben, muss die **Diskriminante**³ D gleich Null sein!

$$\begin{aligned}
 D &= 0 \\
 (2 \cdot dk - 2 \cdot p)^2 - 4 \cdot k^2 d^2 &= 0 \\
 4 \cdot d^2 k^2 - 8 \cdot dkp + 4 \cdot p^2 - 4 \cdot k^2 d^2 &= 0 \\
 -8 \cdot dkp + 4 \cdot p^2 &= 0
 \end{aligned}$$

Division durch $4 \cdot p$ mit $p \neq 0$ ⁴ liefert:

$$\begin{aligned}
 -2 \cdot dk + p &= 0 \\
 p &= 2 \cdot dk
 \end{aligned}$$

Das Ergebnis dieser Herleitung $\boxed{p = 2 \cdot dk}$ wird **Berührbedingung der Parabel**⁵ genannt. Dieser Zusammenhang wird nun bei Beispielen verwendet, wenn ein Bestimmungsstück von Parabel oder Gerade zu errechnen ist und die anderen zwei bereits bekannt sind.

-
- 1 Die Parabelgleichung beschreibt eine Hyperbel in **1. Hauptlage**!
 - 2 Ein Berührungspunkt ist ein Punkt, den zwei Kurven gemeinsam haben und in beiden Kurven dieselbe Steigung besteht!
 - 3 Abgeleitet aus dem lat. *discriminare*, das unterscheiden bedeutet.
 - 4 p ist ja durch Definition der Parabel größer als Null, also ist die Division erlaubt.
 - 5 Nur für die **1. Hauptlage** geeignet.