a

(1) Nach welcher Zeit (in Sekunden) befindet sie sich am Ende ihrer Aufwärtsfahrt wieder in Ruhe?

$v(t)=6{,}090255\cdot t^4-25{,}826972\cdot t^3+14{,}642367\cdot t^2+29{,}430000\cdot t=0$

$\rightarrow t_1=-0{,}770952,\ t_2=0{,}000000,\ t_3=2{,}400002,\ t_4=2{,}611654$, nur der Wert t_3 ist sinnvoll. Die Plattform ist nach rund 2,4 Sekunden wieder in Ruhe.

(2) Berechnen Sie nach wie vielen Sekunden die Plattform auf dem Weg nach oben ihre höchste Geschwindigkeit erreicht.

$v'(t)=a(t)=0\rightarrow a(t)=24{,}361020\cdot t^3-77{,}480916\cdot t^2+29{,}284734\cdot t+29{,}430000=0$

$\rightarrow t_1=-0{,}435222,\ t_2=1{,}105990,\ t_3=2{,}504175$, hier ist t_2 sinnvoll. Nach rund 1,1 Sekunden erreicht die Plattform ihre höchste Geschwindigkeit.

(3) Geben Sie $v(1)$ und $v(2)$ in Kilometern pro Stunde an.

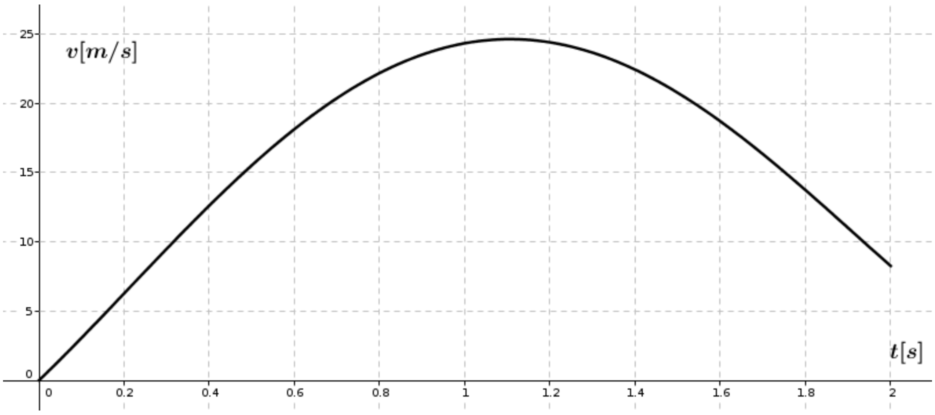
$v(1)\approx 24{,}3\text{ m/s}\approx 87{,}6\text{ km/h}$

$v(2)\approx 8{,}3\text{ m/s}\approx 29{,}7\text{ km/h}$

(4) Welche Werte für die Zeit sind in diesem Kontext sinnvoll? Begründen Sie Ihre Antwort!

Da nur nichtnegative Werte für die Zeit physikalisch sinnvoll sind gilt $t\in\mathbb{R}_0$ bzw. Werte bis 2,4.

(5) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion v im Intervall $I=[0,2]$.



b

(1) Zu welchem Zeitpunkt (in Sekunden nach dem Start) befindet sich die Plattform im schwerelosen Zustand (in diesem Zeitpunkt wirkt keine Beschleunigung).

$a(t)=24{,}361020\cdot t^3-77{,}480916\cdot t^2+29{,}284734\cdot t+29{,}430000=0$

$\rightarrow t_1=-0{,}435222,\ t_2=1{,}105990,\ t_3=2{,}504175$, nach rund 1,1 Sekunden befindet sich die Plattform in der Schwerlosigkeit.

(2) Zum Zeitpunkt $t=0{,}0001$ s wirkt die dreifache Beschleunigung der üblichen Erdbeschleunigung von ca. $g=9{,}81$ Metern pro Sekundenquadrat auf die Fahrgäste. Überprüfen Sie diese Aussage!

$a(0{,}0001)\approx 29{,}43\text{ m/s}^2\approx 3\cdot 9{,}81\text{ m/s}^2$, die Aussage ist korrekt.

(3) Wie viele Sekunden nach dem Start wirkt die höchste positive beziehungsweise höchste negative Beschleunigung?

$a'(t)=73{,}083060\cdot t^2-154{,}961832\cdot t+29{,}284734=0$

$\rightarrow t_1=0{,}209724,\ t_2=1{,}910628\rightarrow a''(0{,}209724)<0,\ a''(1{,}910628)>0$, die höchste positive Beschleunigung gibt es nach rund 0,2 Sekunden, die höchste negative Beschleunigung nach rund 1,9 Sekunden.

(4) Am Ende der Bewegung in die Höhe sollte der Wert der Beschleunigung wieder dem von g entsprechen. Prüfen Sie nach, ob diese Aussage stimmt!

$a(2{,}400002)\approx -9{,}81\text{ m/s}^2$, die Aussage stimmt für den Betrag.

c

(1) Bis auf welche Höhe *h* in Metern steigt die Plattform, wenn man eine Ausgangshöhe zum Zeitpunkt $t=0$ von $h_0=0$ Metern annimmt.

$$h(t)=\int_0^{2,400002} v(t)\,\mathrm{d}t=1,218051\cdot t^5-6,456743\cdot t^4+4,880789\cdot t^3+14,715000\cdot t^2\Big|_0^{2,400002}\approx 35\,\mathrm{m}$$

(2) Berechnen Sie $h(1)$ und $h(2)$!

$h(1)\approx 14,4\,\mathrm{m}$

$h(2)\approx 33,6\,\mathrm{m}$

(3) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit der Plattform im Intervall $H=[0,5;1,5]$!

$$\bar{v}_{[0,5;1,5]}=\frac{h(1,5)-h(0,5)}{1,5-0,5}=\frac{26,142736-3,923366}{1,5-0,5}\approx 22,2\ \mathrm{m/s}$$

(4) Berechnen Sie, nach welcher Zeit in Sekunden die Plattform die halbe Gesamthöhe von *h* erreicht hat! Ist das nach der halben Aufstiegszeit der Fall?

$1,218051\cdot t^5-6,456743\cdot t^4+4,880789\cdot t^3+14,715000=17,5$ liefert als einzige reelle Lösung $t=1,128022$ s, das ist knapp mehr als die Hälfte der Aufstiegszeit.

d

(1) Auf die Plattform und die Passagiere wirkt die Gravitationskraft $F_{Grav}=m\cdot g$. Berechnen Sie jene Arbeit in Joule, welche die Maschine des Space Shots verrichtet bis die Plattform den höchsten Punkt erreicht hat, wenn die Gesamtmasse der Plattform inklusive zwölf Personen 1420 Kilogramm beträgt!

$W=\int_0^{35} m\cdot g\,\mathrm{d}h=1420\cdot 9,81\cdot h\Big|_0^{35}\approx 487557\,\mathrm{J}\approx 488\,\mathrm{kJ}$, das entspricht der Hubarbeit.

(2) Die Leistung *P* wird mittels $P=\frac{W}{t}$ berechnet. Berechnen Sie die Leistung, welche die Space Shot-Maschine erbringt, wenn die Plattform auf den höchsten Punkt gebracht wird.

$$P=\frac{W}{t}=\frac{487557}{2,400002}\approx 203149\,\mathrm{W}\approx 203\,\mathrm{kW}$$

e

(1) Wird die Beschleunigung im Ruhezustand als Vektor angegeben, erhält man $\vec{g}=\begin{pmatrix}0\\0\\-g\end{pmatrix}\mathrm{m/s^2}$ (es wirkt nur die Erdbeschleunigung in *z*-Richtung nach unten). Interpretieren Sie im Vergleich dazu den Vektor $\vec{g}_2=\begin{pmatrix}0\\0\\a(1,6)\end{pmatrix}$ und geben Sie einen formalen Zusammenhang zwischen diesen beiden Vektoren an!

Es gilt $\vec{g}_2=\begin{pmatrix}0\\0\\-22,282833\end{pmatrix}\mathrm{m/s^2}$, das bedeutet, dass die Beschleunigung zum Zeitpunkt $t=1,6$ etwas mehr als das Doppelte der normalen Erdbeschleunigung wirkt. Der formale Zusammenhang lautet $\vec{g}_2\approx 2,27\cdot\vec{g}$

(2) Beschreiben Sie die Lage der beiden Vektoren $\vec{g}$ und $\vec{g}_2$ zueinander und geben Sie Auskunft über deren Orientierung und Längen!

Die beiden Vektoren $\vec{g}$ und $\vec{g}_2$ sind parallel und gleich orientiert, sind aber unterschiedlich lang.