

Aufgabe 1

Aktivität und Altersbestimmung

Beim Zerfall eines radioaktiven Stoffes nimmt die Anzahl der noch nicht zerfallenen Atomkerne exponentiell ab und lässt sich näherungsweise durch eine Funktion N mit $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ beschreiben. Dabei ist N_0 die Anzahl der Atomkerne zum Zeitpunkt $t = 0$, $N(t)$ die Anzahl der noch nicht zerfallenen Atomkerne zum Zeitpunkt $t \geq 0$ und λ die sogenannte Zerfallskonstante.

Die Aktivität $A(t)$ ist der Absolutbetrag der momentanen Änderungsrate der Funktion N zum Zeitpunkt t . Sie wird in Becquerel (Bq) gemessen. Eine Aktivität von 1 Bq entspricht einem radioaktiven Zerfall pro Sekunde.

Bei radioaktiven Stoffen nimmt die Aktivität ebenfalls exponentiell ab und kann durch eine Funktion A mit $A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ modelliert werden. Dabei ist A_0 die Aktivität zum Zeitpunkt $t = 0$ und $A(t)$ die Aktivität zum Zeitpunkt $t \geq 0$.

Aufgabenstellung:

- a) Geben Sie eine Formel an, mit der die Anzahl der Atomkerne N_0 aus der gemessenen Aktivität A_0 berechnet werden kann!

Eine Probe von ^{238}U (Uran-238) hat zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Aktivität von 17 Bq. Die Zerfallskonstante von ^{238}U hat den Wert $\lambda \approx 4,92 \cdot 10^{-18}$ pro Sekunde.

Bestimmen Sie die Anzahl der ^{238}U -Atomkerne zum Zeitpunkt $t = 0$ in der Probe!

- b) Mithilfe des Anteils des in einer Probe enthaltenen Kohlenstoffisotops ^{14}C kann das Alter der Probe ermittelt werden. Durch den Stoffwechsel hat sich zwischen der Bildung und dem radioaktiven Zerfall des Isotops sowohl in der Atmosphäre als auch in lebenden Organismen eine Gleichgewichtskonzentration von ^{14}C bzw. eine Aktivität von ca. 0,267 Bq pro Gramm Kohlenstoff eingestellt. Mit dem Absterben eines Organismus (z. B. eines Baumes) endet die Aufnahme von ^{14}C . Der ^{14}C -Anteil nimmt ab diesem Zeitpunkt exponentiell (mit der Zerfallskonstante $\lambda \approx 1,21 \cdot 10^{-4}$ pro Jahr) ab und damit nimmt auch die Aktivität exponentiell ab.

Ein Fundstück aus Holz hat einen Kohlenstoffanteil von 25 Gramm und eine Aktivität von ca. 4 Bq. Geben Sie an, vor wie vielen Jahren dieses Holz abgestorben ist!

Geben Sie an, ob zum Zeitpunkt des Fundes mehr oder weniger als die Hälfte der ursprünglich vorhandenen ^{14}C -Atomkerne zerfallen ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

c) Die Funktion N kann auch in der Form $N(t) = N_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{c}}$ mit $c \in \mathbb{R}^+$ angegeben werden.

A Geben Sie an, welcher Zusammenhang zwischen der Konstanten c und der Halbwertszeit τ eines radioaktiven Stoffes besteht!

In der unten stehenden Abbildung ist der Graph einer Funktion N mit $N(t) = N_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{c}}$ mit $c \in \mathbb{R}^+$ dargestellt.

Zeichnen Sie den Verlauf des Graphen einer Funktion N_{neu} mit $N_{\text{neu}}(t) = N_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{c_{\text{neu}}}}$ mit $c_{\text{neu}} \in \mathbb{R}^+$ in diese Abbildung ein, wenn $c_{\text{neu}} < c$ gelten soll!

